



Développement d'une assimilation 4DEnVar globale à Météo-France

Gérald Desroziers, Etienne Arbogast,
Loïk Berre, Benjamin Ménétrier

CNA, Grenoble, 2 décembre 2016

Plan

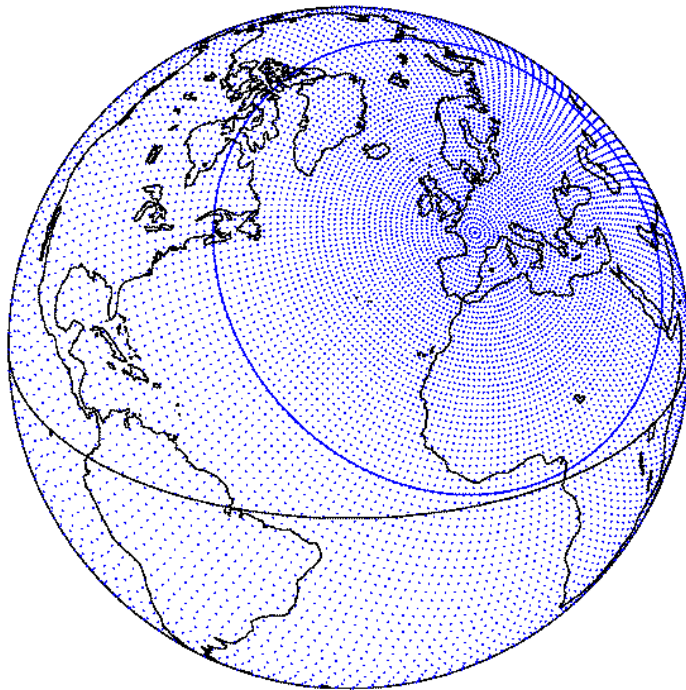
1. Introduction
2. Formulation 4DEnVar
3. Implémentation du 4DEnVar et premiers résultats
4. Ensemble d'assimilations 4DEnVar
5. Conclusion

Plan

1. Introduction
2. Formulation 4DEnVar
3. Implémentation du 4DEnVar et premiers résultats
4. Ensemble d'assimilations 4DEnVar
5. Conclusion

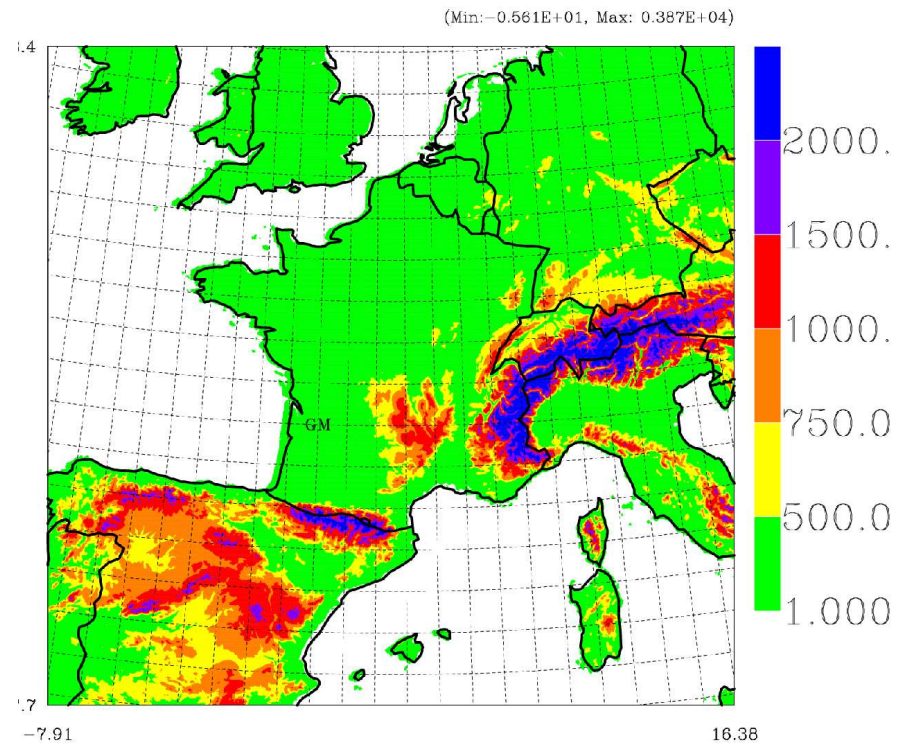
Prévision numérique du temps à Météo-France

Modèle global



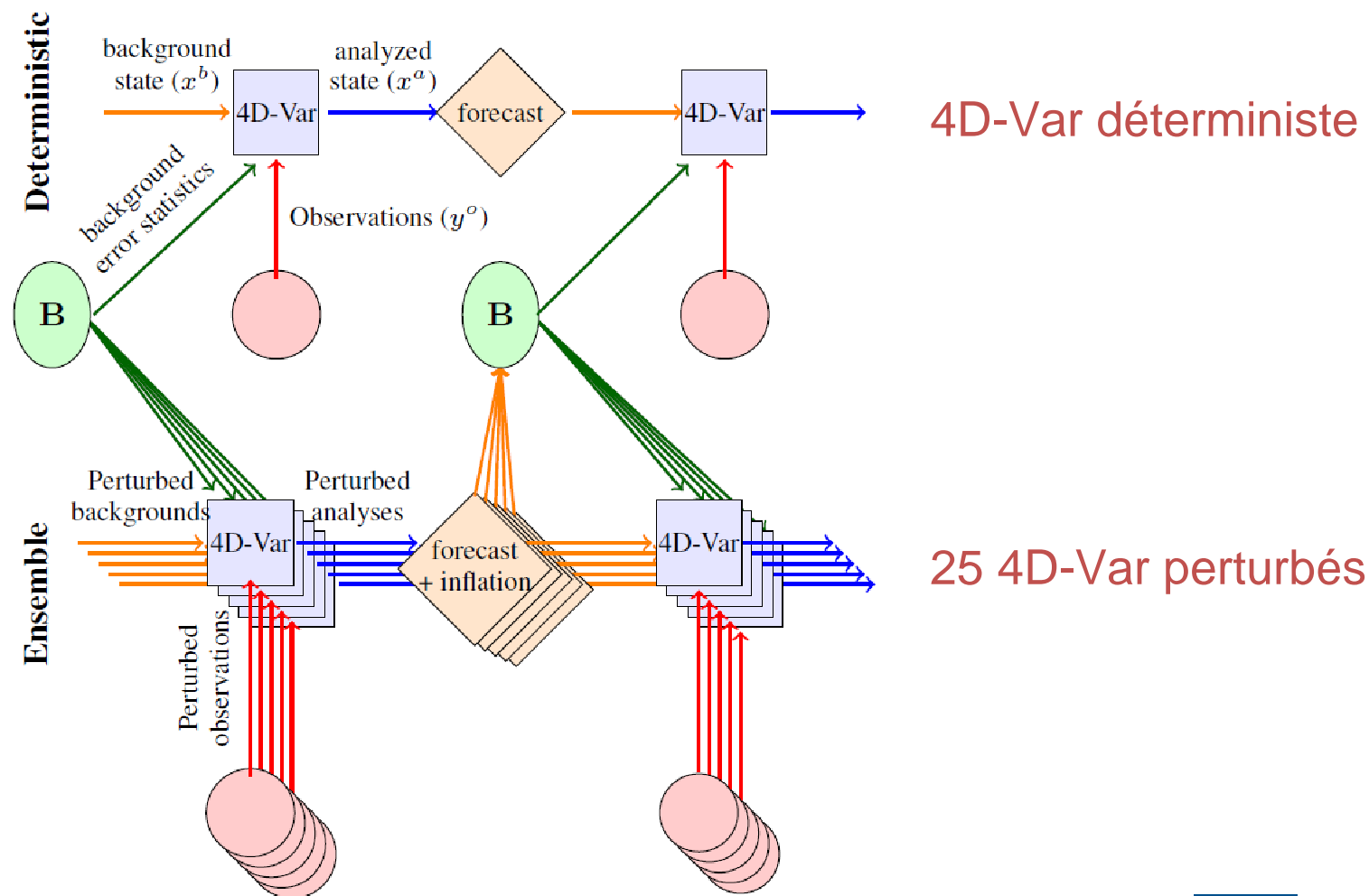
ARPEGE (7 km - 40 km)
4D-Var

Modèles à haute résolution



AROME (1.3 km)
3D-Var

Assimilation globale opérationnelle



Assimilation globale opérationnelle : 4D-Var

Minimisation de

$$J(\delta \mathbf{x}_0) = 1/2 \delta \mathbf{x}_0^T \mathbf{B}_0^{-1} \delta \mathbf{x}_0 + 1/2 (\underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{M}} \delta \mathbf{x}_0 - \underline{\mathbf{d}})^T \underline{\mathbf{R}}^{-1} (\underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{M}} \delta \mathbf{x}_0 - \underline{\mathbf{d}}),$$

$$\underline{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_0 \\ \mathbf{M}_K \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{H}_K \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_0 & & \\ & & \\ & & \mathbf{R}_K \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_0 \\ \mathbf{d}_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_0 - \mathbf{H}_0(\mathbf{x}^b_0) \\ \mathbf{y}_K - \mathbf{H}_K(\mathbf{x}^b_K) \end{pmatrix}$$

Solution du problème

$$\delta \mathbf{x}_0 = \mathbf{B}_0 \underline{\mathbf{M}}^T \underline{\mathbf{H}}^T (\underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{M}} \mathbf{B}_0 \underline{\mathbf{M}}^T \underline{\mathbf{H}}^T + \underline{\mathbf{R}})^{-1} \underline{\mathbf{d}}.$$

Assimilation globale opérationnelle : 4D-Var

Incréments 4D $\underline{\delta\mathbf{x}}$ à l'ébauche 4D $\underline{\mathbf{x}}^b$ ($\delta\mathbf{x}_k = \mathbf{M}_k \delta\mathbf{x}_0$):

$$\underline{\delta\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{M}} \delta\mathbf{x}_0 = \underline{\mathbf{M}} \underline{\mathbf{B}}_0 \underline{\mathbf{M}}^T \underline{\mathbf{H}}^T (\underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{M}} \underline{\mathbf{B}}_0 \underline{\mathbf{M}}^T \underline{\mathbf{H}}^T + \underline{\mathbf{R}})^{-1} \underline{\mathbf{d}}.$$

$\underline{\delta\mathbf{x}}$ également minimum de

$$J(\underline{\delta\mathbf{x}}) = 1/2 \underline{\delta\mathbf{x}}^T \underline{\mathbf{B}}^{-1} \underline{\delta\mathbf{x}} + 1/2 (\underline{\mathbf{H}} \underline{\delta\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{d}})^T \underline{\mathbf{R}}^{-1} (\underline{\mathbf{H}} \underline{\delta\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{d}}), \text{ avec}$$

$$\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{M}} \underline{\mathbf{B}}_0 \underline{\mathbf{M}}^T = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{B}}_0 & \underline{\mathbf{B}}_0 \underline{\mathbf{M}}_1^T & \underline{\mathbf{B}}_0 \underline{\mathbf{M}}_K^T \\ \underline{\mathbf{M}}_K \underline{\mathbf{B}}_0 & & \underline{\mathbf{M}}_K \underline{\mathbf{B}}_0 \underline{\mathbf{M}}_K^T \end{pmatrix}.$$

Plan

1. Introduction
2. Formulation 4DEnVar
3. Implémentation du 4DEnVar et premiers résultats
4. Ensemble d'assimilations 4DEnVar
5. Conclusion

4DEnVar : Var avec covariances Ensemblistes 4D

Minimisation de

$$J(\underline{\delta\mathbf{x}}) = 1/2 \underline{\delta\mathbf{x}}^T \underline{\mathbf{B}}^{-1} \underline{\delta\mathbf{x}} + 1/2 (\underline{\mathbf{H}} \underline{\delta\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{d}})^T \underline{\mathbf{R}}^{-1} (\underline{\mathbf{H}} \underline{\delta\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{d}}), \text{ avec}$$

$$\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{X}}^{b'} \underline{\mathbf{X}}^{b'T},$$

$$\underline{\mathbf{X}}^{b'} = (\underline{\mathbf{x}}^{b'_1}, \dots, \underline{\mathbf{x}}^{b'_{N^e}}), \text{ et } \underline{\mathbf{x}}^{b'_n} = \underline{\mathbf{x}}^b_n - \langle \underline{\mathbf{x}}^b \rangle / (N^e - 1)^{1/2}, n = 1, N^e.$$

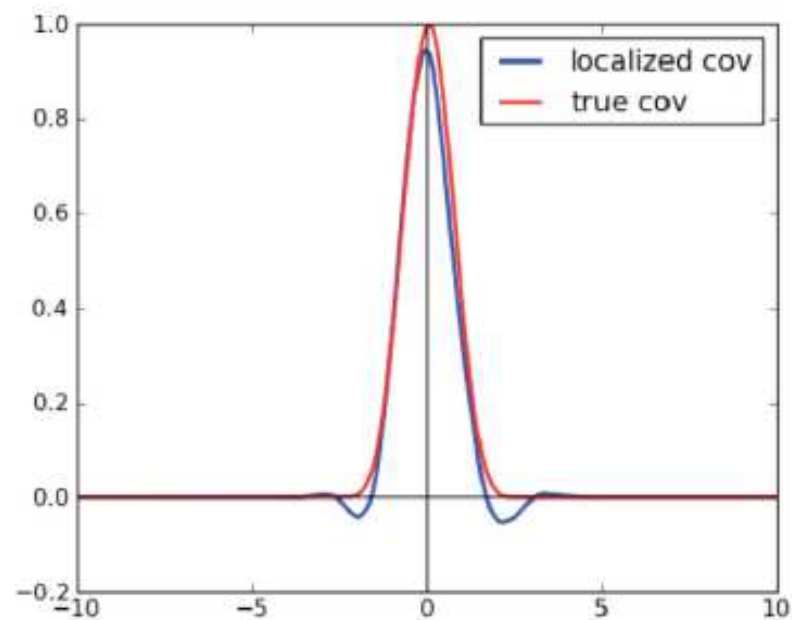
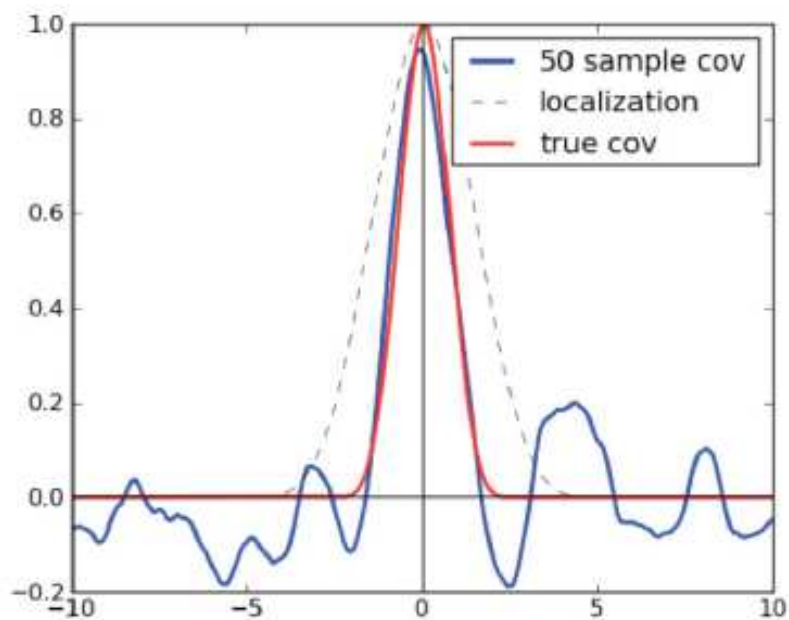
$\underline{\mathbf{x}}^{b'}$ de dimension $K+1$ (temps) \times M (variables 3D) \times N (dim 3D).

(Liu et al, 2008, 2009 ; Buehner et al, 2010 ; Lorenc, 2012 ; Desroziers et al, 2014).

Expression de $\underline{\mathbf{B}}$:

$$\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{0,0} & \mathbf{B}_{0,1} & & \mathbf{B}_{0,K} \\ & & & \\ & & & \\ \mathbf{B}_{K,0} & & & \mathbf{B}_{K,K} \end{pmatrix}.$$

Localisation des covariances ensemblistes



(Whitaker, 2011)

Localisation des covariances ensemblistes

Simplification de la localisation

Même \mathbf{L} pour toutes les covariances entre variables et temps:

$\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{X}}^{b'} \underline{\mathbf{X}}^{b'T} \circ \underline{\mathbf{L}}$, avec

$$\underline{\mathbf{L}} = \begin{pmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{L} & & \mathbf{L} \\ \mathbf{L} & & & \\ & & & \\ \mathbf{L} & & & \mathbf{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{L} (\mathbf{I} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{I}) = \underline{\mathbf{1}} \mathbf{L} \underline{\mathbf{1}}^T.$$

$\underline{\mathbf{1}}$: $K+1$ (temps) x M (var.) blocs \mathbf{I} et \mathbf{L} matrice de corrélation $N \times N$.

Application de $\underline{\mathbf{B}}$ à un gradient 4D \mathbf{g} dans la minimisation :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{h}} &= \underline{\mathbf{B}} \mathbf{g} \\ &= (\underline{\mathbf{X}}^{b'} \underline{\mathbf{X}}^{b'T} \circ \underline{\mathbf{L}}) \mathbf{g} \\ &= \sum_n \underline{\mathbf{x}}^{b'}_n \circ (\underline{\mathbf{1}} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{S}^{-T} \underline{\mathbf{1}}^T (\underline{\mathbf{x}}^{b'}_n \circ \mathbf{g})). \end{aligned}$$

Propriétés du 4DEnVar

- ✓ Utilisation généralisée (4D) des covariances ensemblistes.
- ✓ Pas de modèles de prévision TL et AD.
- ✓ Similaire au 4D-Var (**H**, analyse globale, ...).
- ✓ Localisation espace du modèle (espace des obs pour l'EnKF).
- ✓ Coût plus faible que le 4D-Var et possibilités de parallélisation.

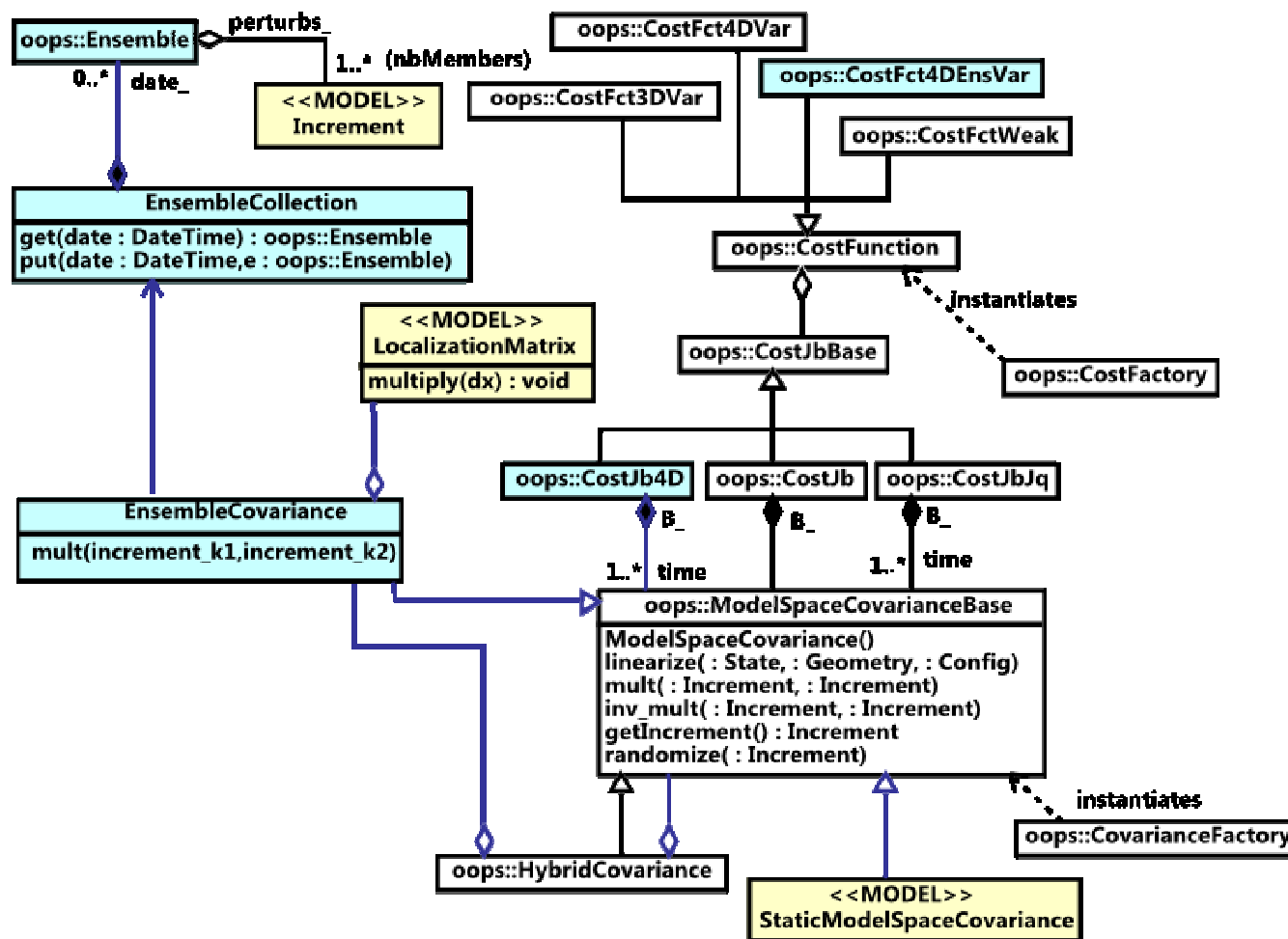
Plan

1. Introduction
2. Formulation 4DEnVar
3. Implémentation du 4DEnVar et premiers résultats
4. Ensemble d'assimilations 4DEnVar
5. Conclusion

Formulation du 4DEnVar à Météo-France

- ✓ $\underline{\delta \mathbf{x}}$ comme variable de contrôle (Desroziers et al, 2014).
- ✓ Minimiseur DPCG (Derber et Rosati, 1989)
(opérations $\underline{\mathbf{h}} = \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{g}}$ dans la minimisation).
- ✓ Egalement possible dans l'espace "dual"
(opérations $\underline{\mathbf{h}}^y = \underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{H}}^T \underline{\mathbf{g}}^y$ dans la minimisation).

4DEnVar sous OOPS



Optimisation de la localisation

Transformation de ψ , χ , P_s : meilleur accord entre les variables

$$\psi \quad \longrightarrow \Delta^{1/2} \psi$$

$$\chi \quad \longrightarrow \Delta^{1/2} \chi$$

T

q

$$\ln(P_s) \longrightarrow \Delta^{1/2} \ln(P_s)$$

Matrice localisée avec transformation des perturbations

$$\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{U}}^{-1} \left(\left(\underline{\mathbf{U}} \underline{\mathbf{X}}^{b'} \right) \left(\underline{\mathbf{U}} \underline{\mathbf{X}}^{b'} \right)^T \circ \underline{\mathbf{L}} \right) \underline{\mathbf{U}}^{-T},$$

où $\underline{\mathbf{U}}$ est le changement de variables.

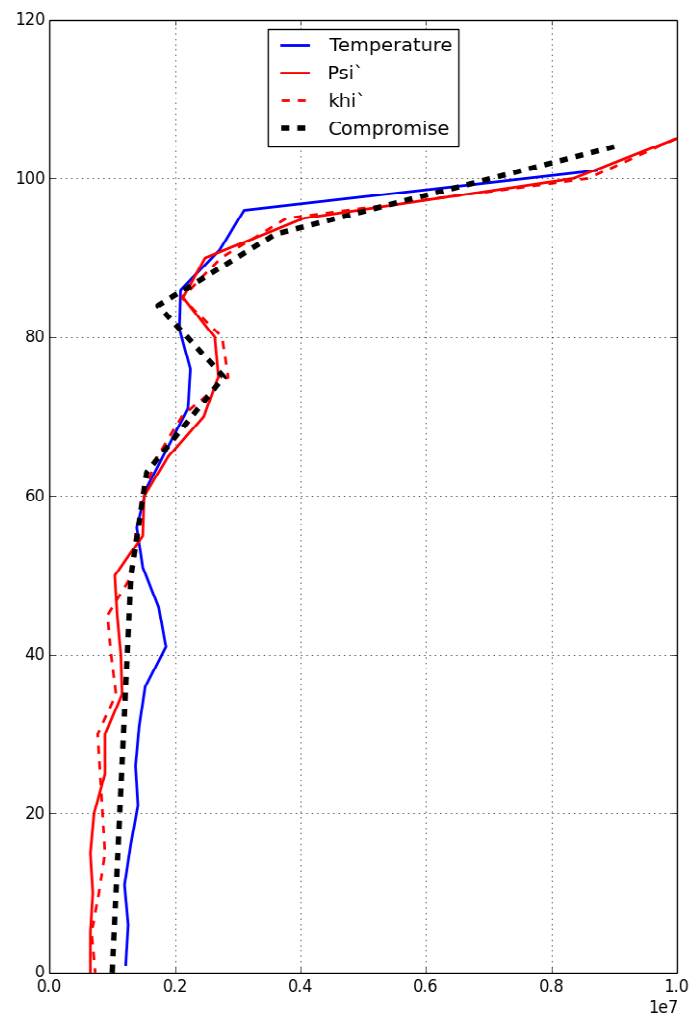
Diagnostic de la localisation

Localisation optimale dépendante de la taille N^e de l'ensemble

- Théorie : [Ménétrier et al 2015](#).
- Code de diagnostic :
opensource.cnrm-game-meteo.fr/projects/hybrid_diag
- Détails : cf. présentation de B. Ménétrier.

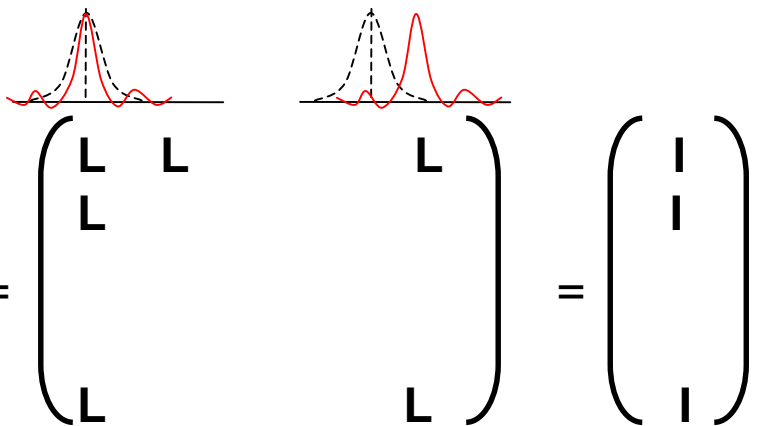
Localisations horizontales

Niveau vertical

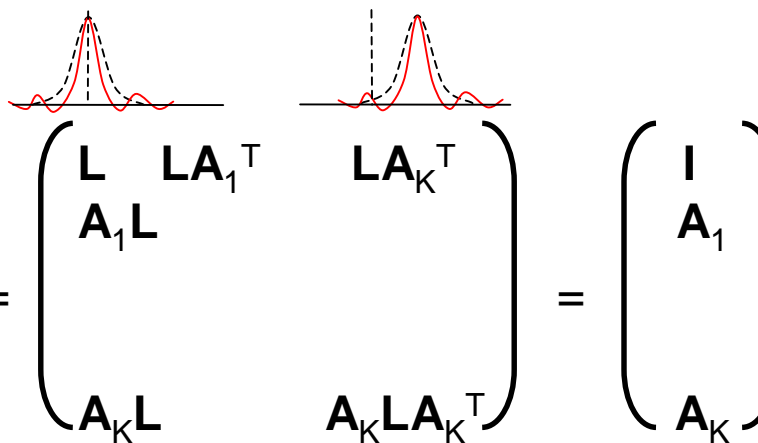


$N^e = 200$ $10\ 000\ \text{km}$

Advection de la localisation



$$\underline{\underline{L}} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{L}} & & \\ & \underline{\underline{L}} & \\ & & \underline{\underline{L}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}} & & \\ & \underline{\underline{I}} & \\ & & \underline{\underline{I}} \end{pmatrix} \underline{\underline{L}} \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}} & & \\ & \underline{\underline{I}} & \\ & & \underline{\underline{I}} \end{pmatrix} = \underline{\underline{1}} \underline{\underline{L}} \underline{\underline{1}}^T \quad \underline{\underline{L}} \text{ statique}$$

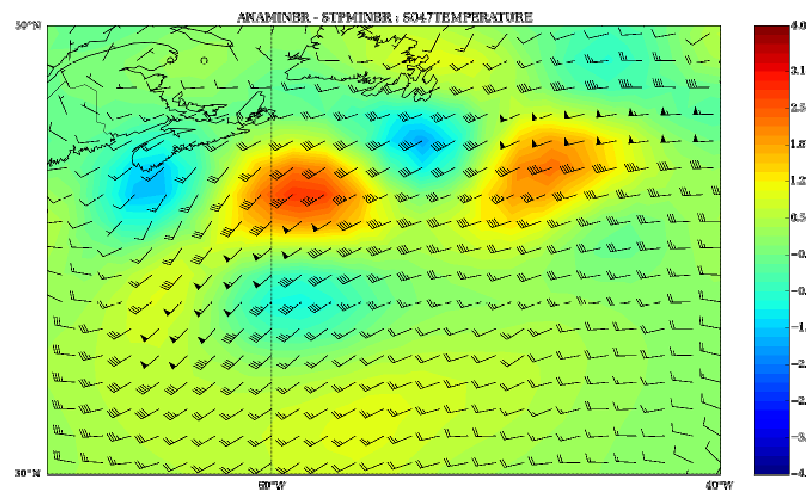


$$\underline{\underline{L}} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{L}} & \underline{\underline{L}}\underline{\underline{A}}_1^T & \underline{\underline{L}}\underline{\underline{A}}_K^T \\ \underline{\underline{A}}_1\underline{\underline{L}} & & \\ & & \underline{\underline{A}}_K\underline{\underline{L}} \\ \underline{\underline{A}}_K\underline{\underline{L}} & \underline{\underline{A}}_K\underline{\underline{L}}\underline{\underline{A}}_K^T & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}} & & \\ & \underline{\underline{A}}_1 & \\ & & \underline{\underline{A}}_K \end{pmatrix} \underline{\underline{L}} \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}} & \underline{\underline{A}}_1^T & \underline{\underline{A}}_K^T \\ & & \\ & & \end{pmatrix} = \underline{\underline{A}} \underline{\underline{L}} \underline{\underline{A}}^T \quad \underline{\underline{L}} \text{ advectée}$$

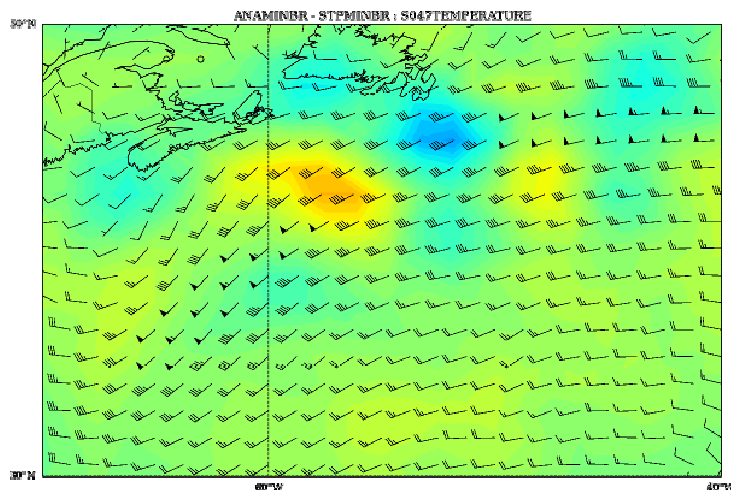
Matrice localisée avec advection des perturbations

$\underline{\underline{A}} \left((\underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\underline{X}}^{b'}) (\underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\underline{X}}^{b'})^T \circ \underline{\underline{L}} \right) \underline{\underline{A}}^T$ (Desroziers et al, 2016).

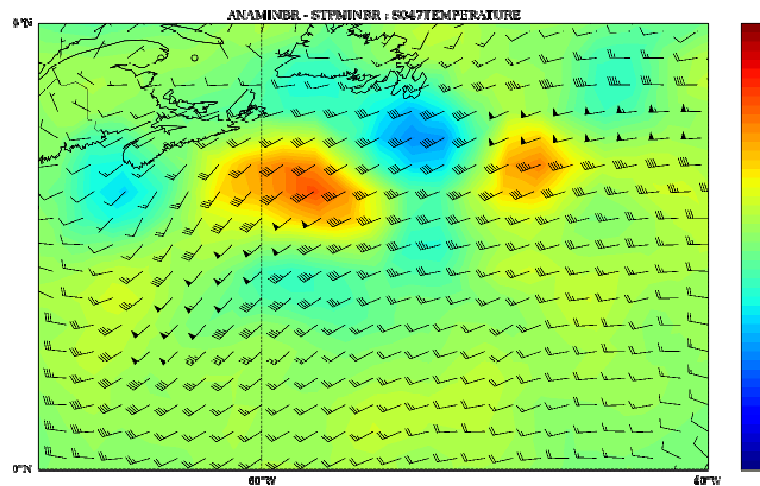
Advection de la localisation



4D-Var



4D-Var ($N^e = 200$)

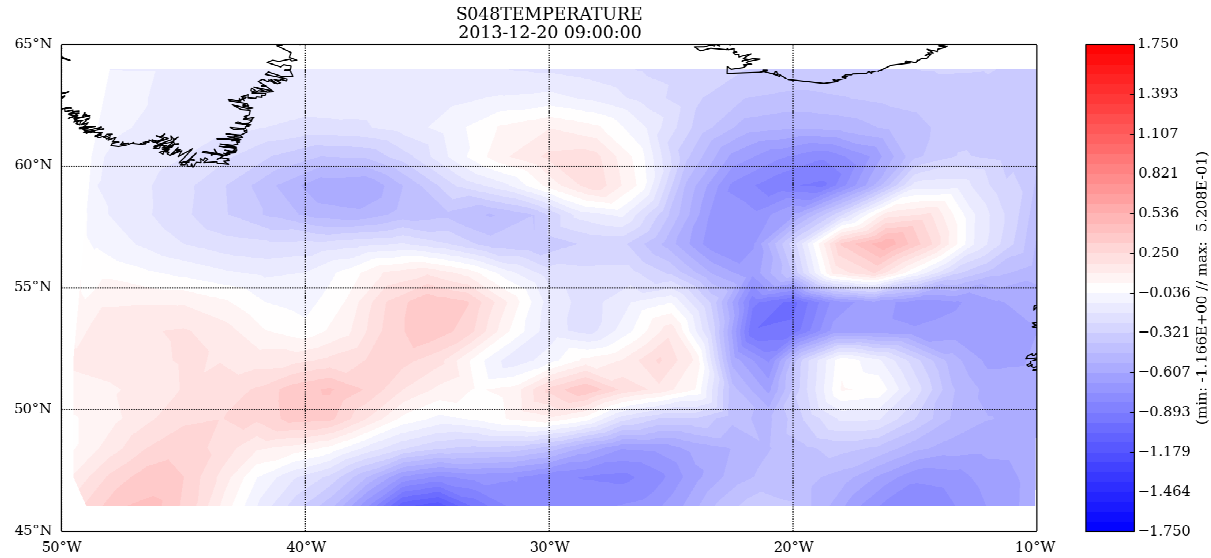


4D-Var + localisation advectée

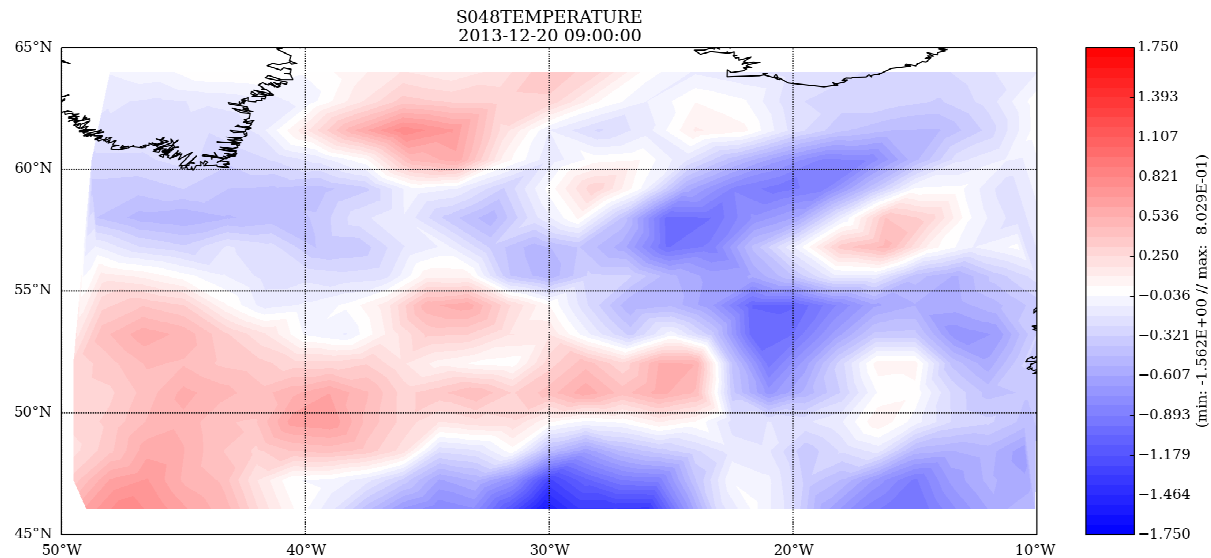
4D-Var / 4DEnVar ($N^e = 200$)

Incrément T à t_0 avec observations avion T [t_0, t_6]

4D-Var



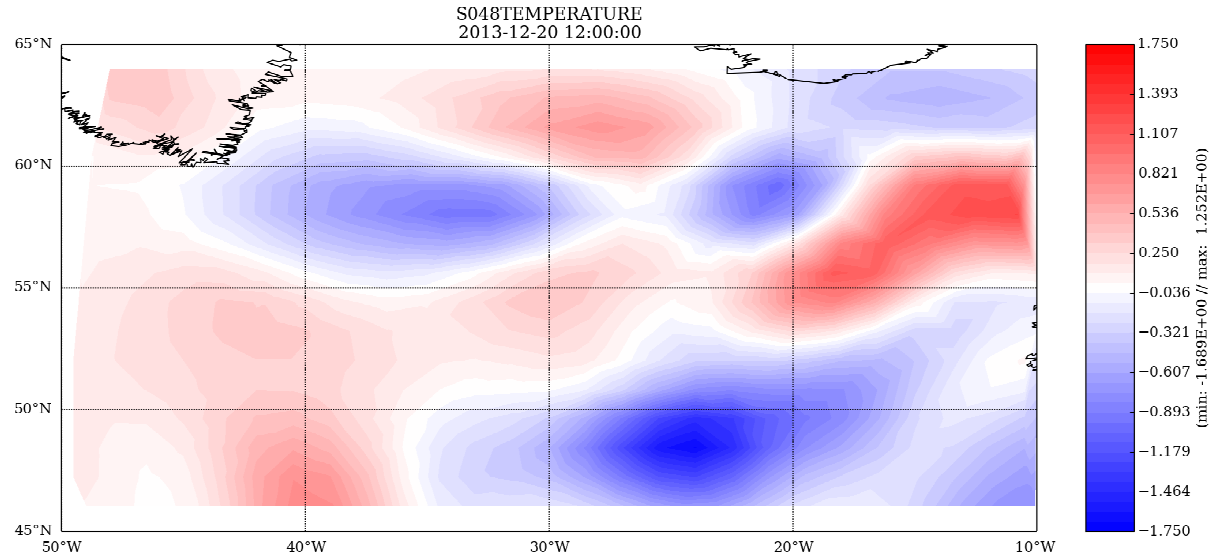
4DEnVar



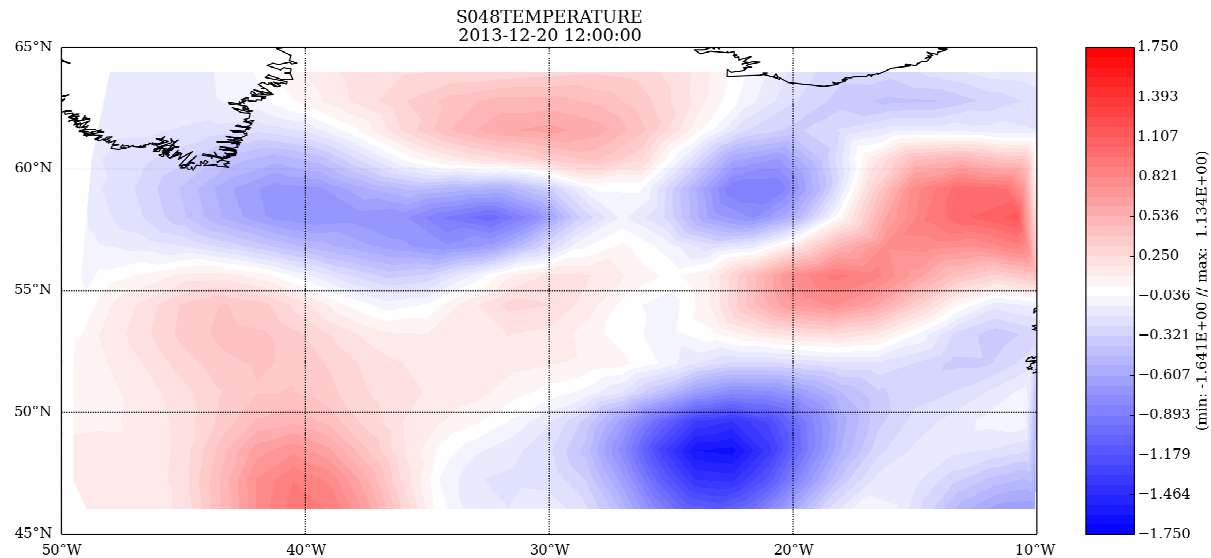
4D-Var / 4DEnVar ($N^e = 200$)

Incrément T à t_6 avec observations avion T [t_0, t_6]

4D-Var



4DEnVar



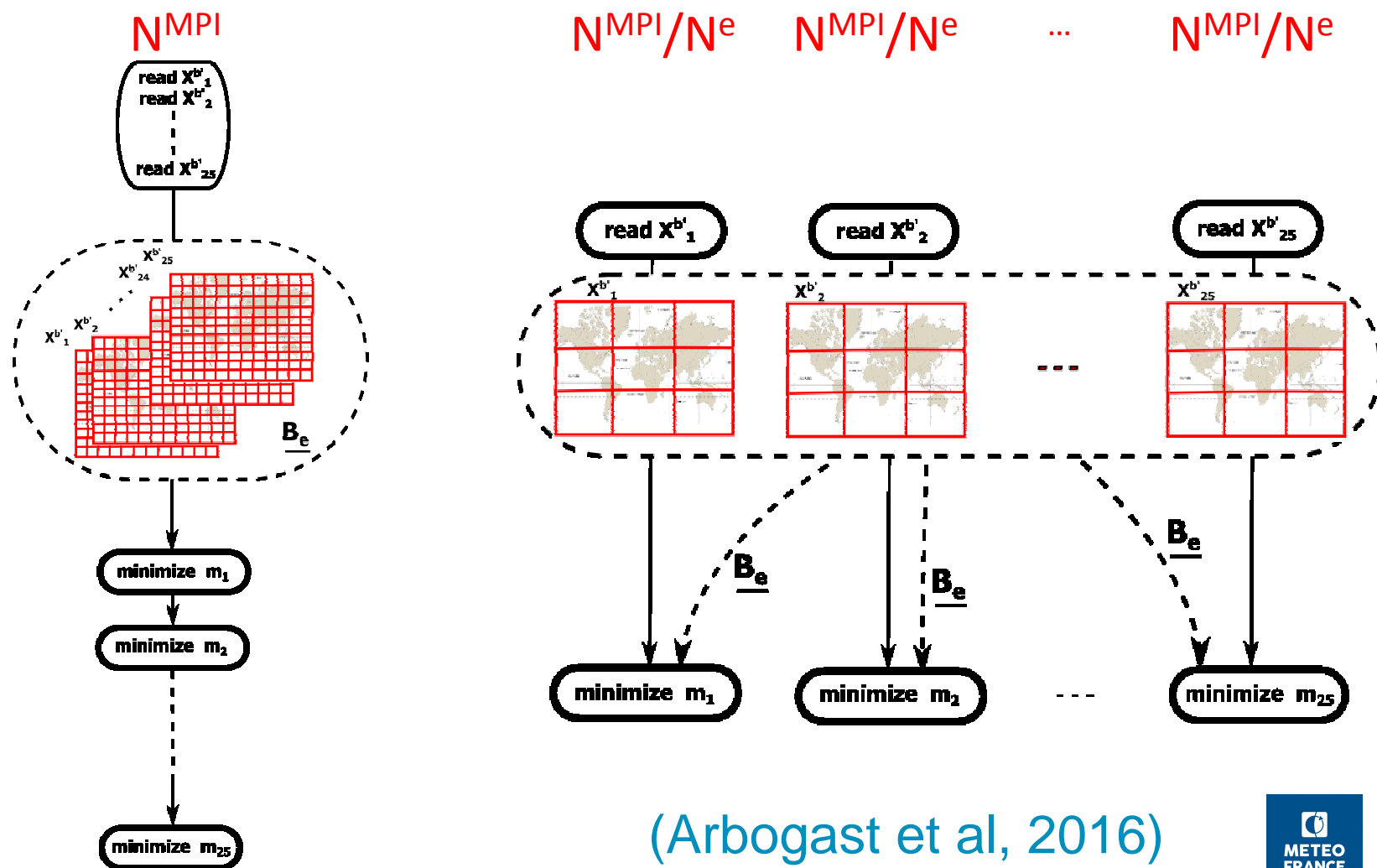
Plan

1. Introduction
2. Formulation 4DEnVar
3. Implémentation du 4DEnVar et premiers résultats
4. Ensemble d'assimilations 4DEnVar
5. Conclusion

Ensemble de 4DEnVar séquentiels / parallèles

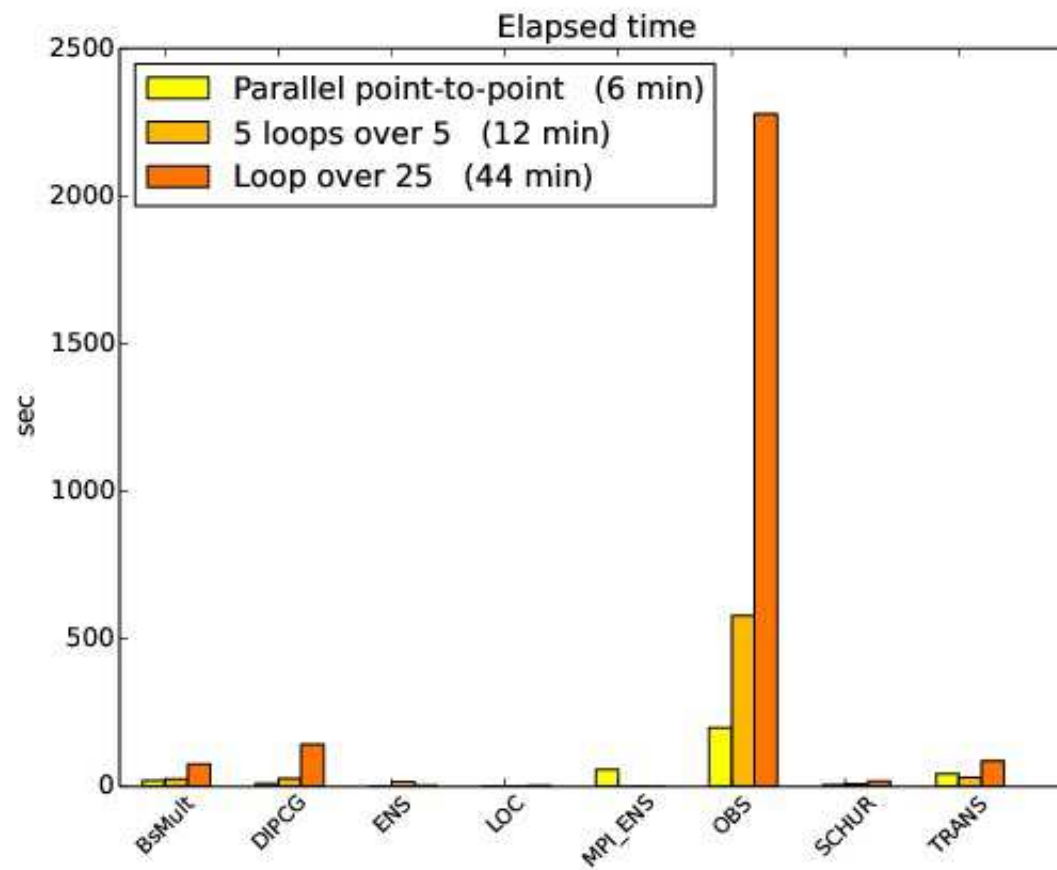
Nombre de tâches MPI

N^{MPI}/N^e N^{MPI}/N^e ... N^{MPI}/N^e



(Arbogast et al, 2016)

Ensemble de 4DEnVar séquentiels / parallèles



Plan

1. Introduction
2. Formulation 4DEnVar
3. Implémentation du 4DEnVar et premiers résultats
4. Ensemble d'assimilations 4DEnVar
5. Conclusion

Conclusion

- ✓ 4DEnVar : alternative crédible au 4D-Var.
- ✓ Premiers tests à Météo-France
(avec une version différente de ce qui est fait ailleurs).
- ✓ La “science” et le coût sont dans la localisation !
- ✓ Un ensemble de 4DEnVar perturbés est possible.
- ✓ Le 4DEnVar est aussi examiné pour le modèle AROME.