

---

# Modélisation physique des erreurs de modèles pour les écoulements fluides géophysiques

Valentin Resseguier\*<sup>†1,2</sup>, étienne Mémin<sup>1</sup>, and Bertrand Chapron<sup>2</sup>

<sup>1</sup>FLUMINANCE (INRIA - IRSTEA) – INRIA, Irstea – Campus de Beaulieu, 263 Avenue Général Leclerc, 35042 Rennes, FRANCE, France

<sup>2</sup>Laboratoire d’Océanographie Spatiale (LOS) – Institut Français de Recherche pour l’Exploitation de la Mer (IFREMER) – Pointe du Diable, 29280 Plouzané, FRANCE, France

## Résumé

Les prévisions d’ensemble ainsi que l’assimilation de données par filtrage stochastique sont largement utilisés en géophysique notamment pour les prévisions météorologiques et les projections climatiques. En pratique, pour être efficace, ces méthodes nécessitent une modélisation précise des erreurs qui sont induites par le choix du modèle dynamique. La voie la plus naturelle consiste à utiliser la physique pour quantifier ces erreurs. Cependant, dans la mesure où les modèles classiques de mécanique des fluides sont déterministes, cette voie est tout sauf immédiate. Pour obtenir des équations d’évolution physiques qui sont aléatoires, nous proposons de modéliser la vitesse petite échelle du fluide, non-résolue sur une maille grossière, par un processus Gaussien à divergence nulle, corrélé en espace, mais décorrélé en temps. Avec cette seule hypothèse, l’expression de la dérivée particulaire (la dérivée le long de la trajectoire d’une particule de fluide) est modifiée. Comparée à sa forme classique, cette dérivée particulaire stochastique fait apparaître trois nouveaux termes: une correction de l’advection, une diffusion inhomogène et anisotrope ainsi qu’un bruit multiplicatif. Tous ces termes sont liés entre eux, ce qui assure de bonnes propriétés au modèle comme, par exemple, la conservation de l’énergie. Avec cette dérivée particulaire et le théorème de transport associé, il est possible d’exprimer de façon stochastique les principes de conservation de la mécanique classique, et d’en déduire la version aléatoire d’*a priori* n’importe quel modèle de mécanique des fluides. Nous appelons ce type de dérivation, la modélisation sous incertitude de position. En suivant ce schéma, nous avons par exemple dérivé des modèles stochastiques de Navier-Stokes, de Boussinesq ainsi que des modèles quasi-géostrophique (QG) et quasi-géostrophique de surface (SQG). Numériquement, il a été montré qu’une seule réalisation de notre modèle SQG représentait mieux les petites échelles qu’une simulation du modèle déterministe à la même résolution. De plus, nous avons démontré qu’un ensemble simulé selon notre dynamique aléatoire est capable d’estimer, de façon précise, l’amplitude et la position des erreurs de modèle dans le domaine spatiale ainsi que dans le domaine de Fourier. En comparaison, un ensemble généré par une dynamique déterministe et des conditions initiales aléatoires sous-estime les erreurs d’un ordre de grandeur. En outre, l’ensemble associé à la dynamique stochastique est aussi capable de prédire les événements extrêmes et les bifurcations. La présentation orale détaillera la structure de nos modèles aléatoires ainsi que les résultats numériques obtenus.

---

\*Intervenant

<sup>†</sup>Auteur correspondant: valentin.resseguier@inria.fr